

ЛОКАЛЬНАЯ ОЦЕНКА УРОВНЯ ШУМА НА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

студ. Мамаев Н. В., к.ф.-м.н. Лукин А. С., к.ф.-м.н. Юрин Д. В.

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова,
факультет вычислительной математики и кибернетики,
лаборатория математических методов обработки изображений (МГУ, ВМК, ММОИ)

1. Введение

Многие алгоритмы подавления шума зависят от параметра, характеризующего уровень шума на изображении. Так, для алгоритмов среднего по \mathcal{E}_v [1], билатеральной фильтрации [2] и нелокального среднего [3] параметр алгоритма имеет смысл величины размаха яркости, которую следует расценивать как шум и подавлять. Естественным подходом являлось бы выбрать в качестве этого параметра величину пропорциональную среднеквадратичному отклонению шума (считая среднее шума нулевым). Однако уровень шума на реальных изображениях является обычно неизвестным.

В том случае, если известно, что шум постоянен по всей площади изображения, типичным подходом является сканирование изображения небольшой рамкой, расчет дисперсии яркости в пределах этой рамки и выбор в качестве оценки шума наименьшего значения по всем возможным положениям рамки. Этот подход основан на предположении, что в пределах изображения содержится фрагмент размером не менее рамки, имеющий почти постоянную яркость. Пример подобного подхода описан в работе [4], где усредняется величина градиента в гладких или малотекстурных областях изображения. Также в [4] рассматривается случай зависимости уровня шума от уровня яркости изображения – такая зависимость наблюдается при получении изображений с фотокамер с гамма-коррекцией.

В случае, когда уровень шума может варьироваться в пределах изображения, естественным подходом было бы вычислять значение дисперсии для каждой точки изображения. Однако, если в пределах рамки оказывается граница объектов различной яркости, значение дисперсии представляет собой смесь величин, обусловленных как шумом так и разностью яркостей объектов. В настоящей работе предлагается подход, позволяющий разделить эти факторы и получить локальную оценку уровня шума для изображений не слишком сложной структуры. Это означает, что текстура будет интерпретироваться как шум, а наиболее корректная работа будет обеспечиваться для кусочно-постоянных зашумленных изображений.

2. Модель зашумленного изображения с границами

Рассмотрим модельное изображение идеальной границы с аддитивным гауссовым шумом:

$$I(x, y) = \begin{cases} a + v(x, y), & x > 0 \\ -a + v(x, y), & x < 0 \end{cases}, \quad \langle v(x, y) \rangle = 0, \quad \langle v^2(x, y) \rangle = \beta^2, \quad (1)$$

где параметр a характеризует яркость изображения, а $v(x, y)$ – шумовую добавку. Усреднение будем осуществлять по окну с гауссовым весом, т.е.

$$\langle f(x, y) \rangle = \int \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} f(x - \xi, y - \eta) \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2\sigma^2}} d\xi d\eta \quad (2)$$

Локальная дисперсия изображения (1) с учетом (2) задается выражением:

$$D(x, y) = \langle I^2(x, y) \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2 \quad (3)$$

Используя усреднение (2) и учитывая, что среднее от шума равно нулю несложно получить:

$$\langle I(x, y) \rangle = a \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}\right), \quad \langle I^2(x, y) \rangle = a^2 + \beta^2 \quad (4)$$

Здесь мы несколько расширенно трактуем равенство среднего значения шума нулю, полагая, что равен нулю интеграл по части гауссовой окрестности, например:

$$\int_{-\infty}^x v(\xi) e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi = 0, \quad (5)$$

или, в дальнейшем, по произвольной окрестности с произвольными весами. В случае знакопеременных весов область интегрирования можно разбить на две части с постоянным знаком. Кроме того, будем считать, что область отличных от нуля весов значительно больше радиуса корреляции шума.

В том случае, если радиус корреляции шума значительно меньше σ , а статистика распределения шума симметрична, это условие выполняется.

Подставляя (4) в (3), для значения локальной дисперсии модельного изображения (1) получим:

$$D_\sigma(x, y) = \beta^2 + a^2 f_\sigma(x), \quad f_\sigma(x) = 1 - \operatorname{erf}^2(x/(\sqrt{2}\sigma)) \quad (6)$$

Видно, что (6) не равно желаемому значению дисперсии шума β^2 , а содержит дополнительное слагаемое, дающее существенную добавку в районе границы. С другой стороны, границы на изображении могут быть найдены с помощью модуля градиента яркости [5]. Для модельного изображения (1) градиент может быть вычислен [5,6] как свертка с производной функции Гаусса, и, опять расширительно трактуя равенство среднего шума нулю, получим:

$$g_\sigma = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x-\xi) \frac{\xi}{\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} (2ae^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} + \int_{-\infty}^{+\infty} v(\xi) \frac{\xi}{\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi) = -\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

И квадрат (модуля) градиента

$$g_\sigma^2(x, y) = \frac{2a^2}{\pi\sigma^2} F_\sigma(x), \quad \text{где } F_\sigma(x) = e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}} \quad (8)$$

Сравнивая выражения (6) и (8) видим, что вдали от границы модуль градиента равен нулю, а дисперсия равна дисперсии шума. Вблизи границы оба выражения имеют горб, причем его профили похожи: выражение $f_\sigma(x)$, входящее в (6), имеет профиль сходный $F_{\sigma_0}(x)$ в (8), при надлежащем выборе параметра σ_0 (рис. 1). Решая численно задачу минимизации:

$$\sigma_0^2 = a \arg \min_{\sigma_0} \int_{-\infty}^{+\infty} (F_{\sigma_0}(x) - f_\sigma(x))^2 dx \quad (9)$$

получим, что минимум достигается при $\sigma_0 \approx 1.27\sigma$. При этом норма разности равна 0.009.

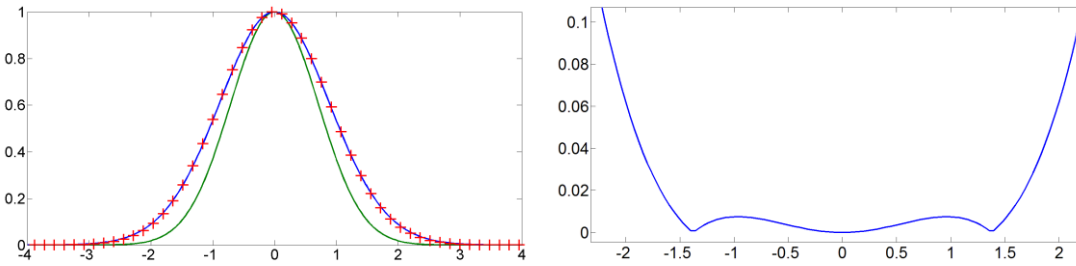


Рис. 1. График функции $f_\sigma(x) = 1 - \operatorname{erf}^2(x/(\sqrt{2}\sigma))$, $\sigma = 1$ (шире), $F_1(x)$ (уже), $F_{1.27}(x)$ (маркеры) и относительная погрешность функций $|f(x) - F_{1.27}(x)| / f(x)$ (справа)

Таким образом, выражение для дисперсии (6) можно заменить на приближенное:

$$D_\sigma(x, y) = \beta^2 + a^2 F_{\sigma_0}(x), \quad \text{где } \sigma_0 \approx 1.27\sigma \quad (10)$$

Сравнивая (10) и (8), окончательно получим:

$$\beta^2(x, y) = D_\sigma(x, y) - \frac{\pi\sigma_0^2}{2} g_{\sigma_0}^2(x, y), \quad \sigma_0 \approx 1.27\sigma \quad (11)$$

Здесь важно подчеркнуть, что если выражения (6),(8),(10) существенно отражали собой вид модельного изображения (1) за счет пространственно-зависимых функций $f_\sigma(x)$ и $F_\sigma(x)$, то выражение (11) в правой части содержит величины, локально вычисляемые через свертки с изображением, – локальную дисперсию $D_\sigma(x, y)$ и квадрат модуля градиента $g_{\sigma_0}^2(x, y)$. Дисперсия шума является линейной комбинацией этих величин, вычисляемой локально для каждого пикселя, с постоянными коэффициентами. Поэтому результаты, полученные на модели, можно применить к произвольному изображению, а полученные оценки уровня шума рассматривать как локальные, зависящие от координат.

Результаты применения указанного алгоритма к цифровому изображению, соответствующему формуле (1), показано на рис. 2. Видно, что яркая белая полоса, соответствующая граничной линии на изображении локальной дисперсии $D_\sigma(x, y)$, с изображения $\beta^2(x, y)$ исчезла. Усредненное по всей площади кадра значение оцененного шума $\beta_{mean} = 0.075$, а при зашумлении задавалось $\beta = 0.077$.

Реальные границы на изображениях не всегда соответствуют модели (1) идеальной ступенчатой границе (1), а часто бывают нечеткими или размытыми. Пример применения подхода (11) для такой границы показан на рис. 1 во второй строке, где исходное изображение было размыто путем свертки с функцией Гаусса со стандартным отклонением равным 5 пикселям. Видно, что в области размытых границ получаются заниженные результаты, причем, как показали многочисленные тесты, занижение уменьшается по мере увеличения шума. Здесь и далее в формуле (11) выбиралось $\sigma = 3$.

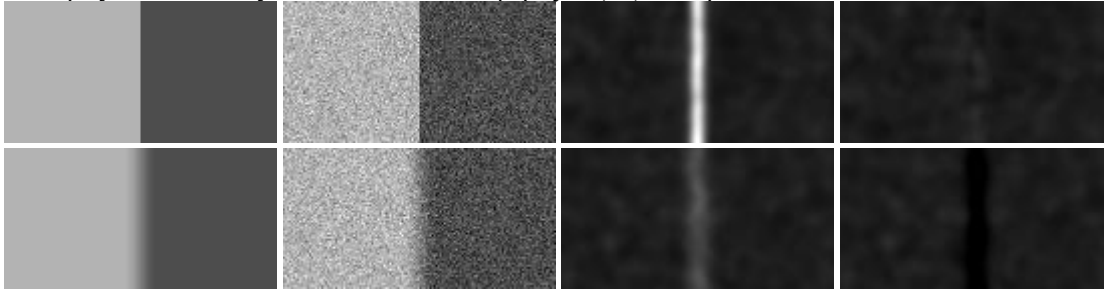
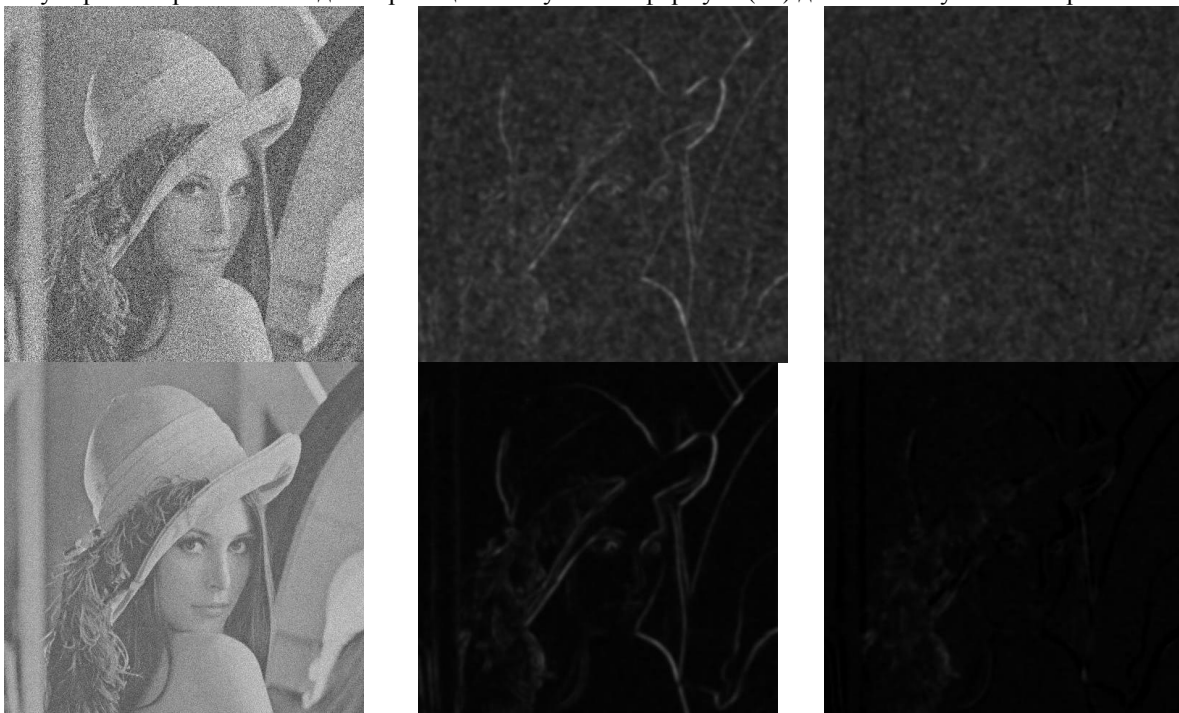


Рис. 2. Оценка уровня шума для модельного изображения (1): слева на право: исходное и зашумленное гауссовым шумом изображения, дисперсия зашумленного изображения, оценка шума (13). Во второй строке то же для изображения, не соответствующее модели – с размытой Гауссом с $\sigma=5$ границей.

3. Применение алгоритма к реальным изображениям

На рис. 3 представлены результаты обработки реальных изображений. К изображениям Лена и Барбара добавлялся гауссов шум, изображение компьютерной томографии сначала было очищено от шума медианной фильтрацией, а потом добавлен шум, чтобы можно было сравнивать значение оценки с истинной величиной шума.

Видно, что на первом изображении Лена с высоким уровнем шума контуры объектов хорошо видны во второй колонке и полностью отсутствуют в третьей. При малом уровне шума в следующей строке области со сложной текстурой (перья на шляпе) были оценены как шум и показаны более светлым цветом в третьей колонке; границы объектов частично видны, но обычно как более темные, т.е. получена заниженная оценка шума. В третьей строке на изображении Барбара при низком уровне шума видно, что области с мелкой текстурой области – штаны, платок, скатерть – получились более светлыми, т.е. были интерпретированы как шум. На границах объектов частично занижена оценка шума. В четвертой строке представлено изображение компьютерной томографии брюшной полости. В третьей колонке большинство границ объектов слабо заметны, а оценка шума в районе границ в основном занижена. Видны две светлые линии в нижней части изображения, что обусловлено тем, что модель узкой полосы не соответствует рассматриваемой модели границы и полученная формула (11) для таких случаев не верна.



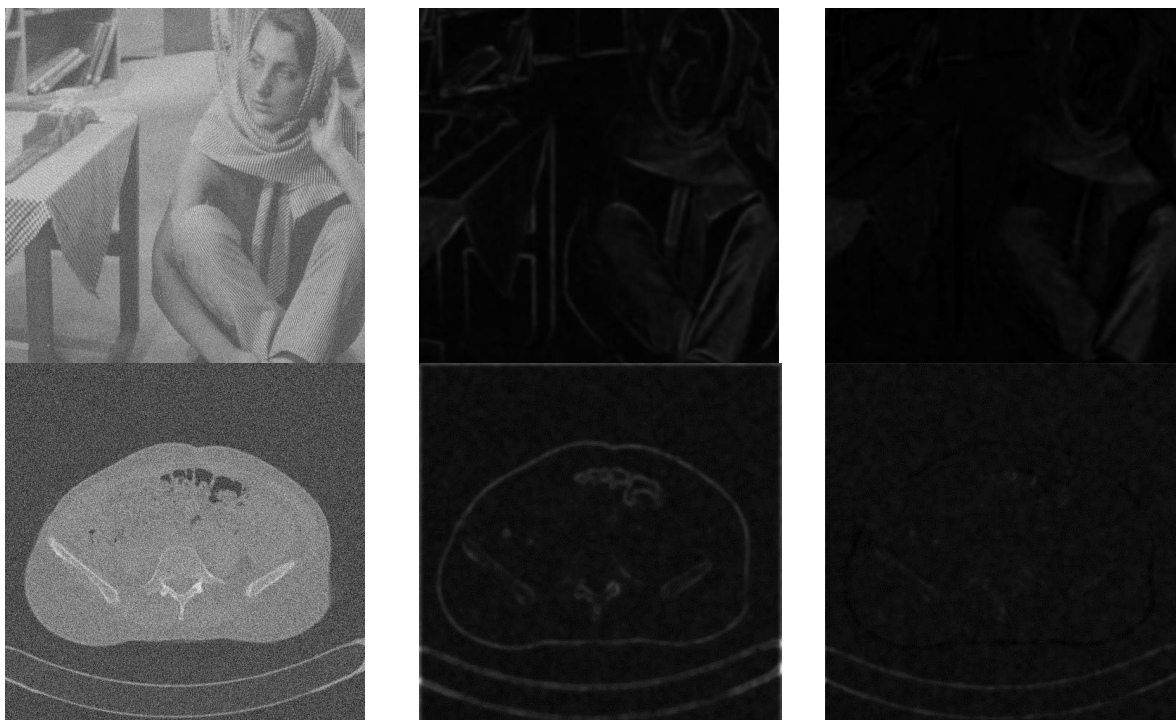


Рис. 3. Первый столбец – исходное зашумленное изображение. Второй столбец – локальная дисперсия (3),(2). Третий столбец – оценка дисперсии шума (13). Моделировался гауссов шум для первого изображения с $\beta = 0.4$, для остальных – с $\beta = 0.12$.

4. Заключение

Разработан алгоритм локальной оценки шума на изображениях. Наилучшим образом алгоритм работает на кусочно-постоянных (плюс шум) изображениях. В области размытых границ оценка шума занижена, а в области не слишком широких линий – завышена. Мелкие текстуры интерпретируются как шум. Заметим, что при выборе параметра силы фильтрации в [1-3] пропорциональным $\beta(x, y)$ занижение предпочтительнее, чем завышение, т.к. приводит к неполному подавлению шума, но не искажает границы. В дальнейшем планируется развивать предложенный подход в сторону усложнения модели (1) и корректирующей формулы (11) для учета нерезкости границ и тонких линий.

5. Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-07-00584.

Литература

1. Ярославский, Л. П. «Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии. Введение в цифровую оптику» // М.: Радио и связь, 1987. 296 с., ил.
2. Tomasi C., Manduchi R., “Bilateral Filtering for Gray and Color Images” // ICCV, pp.839, Sixth International Conference on Computer Vision (ICCV’98), 1998
3. Buades, A., Morel, J.: “A non-local algorithm for image denoising” // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition 2 (2005) 60-65
4. Forstner, W. “Image preprocessing for feature extraction in digital intensity, color and range images” // In Springer Lecture Notes on Earth Sciences, 1998.
5. Canny, J. “A computational approach to edge detection” // IEEE PAMI. 1986. Vol. 8. P. 34-43.
6. Lindeberg, T. “Edge Detection and Ridge Detection with Automatic Scale Selection” // International Journal of Computer Vision. – 1998. – Vol. 30. – No. 2. – P.117–154.

Лаборатория математических методов обработки изображений
<http://imaging.cs.msu.ru>

e-mail: mamaev.nikolay93@mail.ru
lukin@ixbt.com
yurin@cs.msu.su